Zur Supraleitung von Schichtpaketen aus Normal- und Supraleitern

Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von

Peter Hilsch

aus

Göttingen

März 1964

Druck der Universitätsdruckerei H. Stürtz AG, Würzburg

D 7

Referent: Prof. Dr. A. Flammersfeld

Korreferent: Prof. Dr. P. Haasen

Tag der mündlichen Prüfung: 15. Mai 1964

Sonderdruck aus
„Zeitschrift für Physik", Bd. 180, S. 10—31 (1964)
Springer-Verlag, Berlin · Göttingen · Heidelberg

Zeitschrift für Physik 180, 10—31 (1964)

Aus dem I. Physikalischen Institut der Universität Göttingen

Zur Supraleitung von Schichtpaketen aus Normal- und Supraleitern

Von

PETER HILSCH

Mit 8 Figuren im Text

(Eingegangen am 31. März 1964)

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

Superimposed films of a super- and a normalconducting metal are produced on a quartz plate by evaporation. In most cases lead and occasionally also tin is used as superconductor. The normal metals are copper, manganese and chromium. For more than 50 samples of different combinations the transitiontemperatures are measured. The mean free path of the electrons for the metals can be varied by the conditions of condensation.
By means of a phenomenological theory, which we owe in principle to a discussion with Professor FRÖHLICH, Liverpool, we succeed in formulating expressions for $t = f(D_s, D_n, l_s, l_n, \xi_0)$. D, l and ξ_0 are the thickness, mean free path and the coherence length of the supra- or the normal metals and t is the reduced transitiontemperature. The developed equations can be well fitted to the measured data also to those of other authors.

§1. Einleitung

In früheren Arbeiten[1,2,3] haben wir über Messungen an übereinander kondensierten Schichten aus Blei und Kupfer berichtet. Solche Schichtpakete haben eine tiefere Sprungtemperatur T_c als der darin enthaltene Supra-(S)-Leiter selbst. Diese Beeinflussung eines S-Leiters durch den Kontakt mit einem Normal-(N)-Leiter ist schon früher im Prinzip bekannt gewesen. Wir haben die Literatur im einzelnen in unserer Arbeit[2] auch für die theoretischen Deutungsversuche angegeben.

Unsere bisherigen Messungen betreffen mit Absicht Schichten, die bei tiefer Temperatur (10 °K) kondensiert worden sind. Damit entgeht man dem Einwand, daß nach der Herstellung eines Schichtpaketes eine Diffusion der Metalle in der Kontaktzone erfolgen kann. Daß eine solche Diffusion möglich ist, hat SERIN[4] für Zimmertemperatur gezeigt. Sie ist aber auch noch bei tieferer Temperatur möglich[5]. Bei geeigneten Systemen, wie z. B.Cu—Pb, scheint sie jedoch nicht von Bedeutung zu

[1] HILSCH, P., u. R. HILSCH: Naturwissenschaften **48**, 549 (1961).

[2] HILSCH, P.: Z. Physik **167**, 511 (1962).

[3] HILSCH, P., R. HILSCH, and G. v. MINNIGERODE: Proc. 8th Int. Conf. Low Temp. Phys., p. 381. London: Butterworths 1963.

[4] ROSE-INNES, A. C., and B. SERIN: Phys. Rev. Letters **7**, 278 (1961).

[5] BERGMANN, G., R. HILSCH u. G. v. MINNIGERODE: Z. Naturforsch. **19**a, 580 (1964).

sein. Bei tiefer Kondensationstemperatur erhält man Schichten mit sehr großer Störung, also mit großem Restwiderstand und sehr kleiner mittlerer freier Weglänge der Elektronen. Wir wissen nach unseren Messungen, daß die *S*-Leitung der Schichtpakete von den Eigenschaften der Komponenten abhängt. Bisher fehlen noch die quantitativen Zusammenhänge, weil nicht genügend Messungen im Bereich aller Variablen vorliegen. Einige neuere experimentelle Arbeiten geben weitere Beiträge für das Problem[6,7]. Von der Theorie her sind ebenfalls Versuche zur Klärung des Phänomens hinzugekommen[8,9,10].

Wir möchten in dieser Arbeit vor allem experimentelles Material bringen, bei dem die Art der Schichten und ihre Kondensationstemperatur möglichst weitgehend variiert wird. Dafür ist die Herstellung und Ausmessung von mehr als 50 einzelnen Schichtpaketen notwendig gewesen.

§2. Experimentelles und Versuchsanordnung

Ein Kryostat für den Temperaturbereich von 1,2 bis 400 °K, geeignet für die Herstellung und Ausmessung von Schichtpaketen, ist bereits früher beschrieben worden[2]. Zwei gut wärmeleitende kristalline Quarzplatten dienen als Träger für die Schichten. Durch geeignete magnetisch austauschbare Masken lassen sich streifenförmige 1 mm oder 0,5 mm breite und 10 mm lange Schichten aufdampfen. Wenn auf der einen Quarzplatte ein Schichtpaket erzeugt wird, so ist die Breite des normalleitenden Streifens 1 mm und die des Supraleiters stets 0,5 mm. Damit wird erreicht, daß der Supraleiter mit Sicherheit auf seiner ganzen Fläche im Kontakt mit dem Normalleiter ist. Auf der anderen Platte wird nur eine Vergleichsschicht (*N*- oder *S*-Leiter) hergestellt. Sie dient zur Widerstandsmessung und zur Bestimmung der Schichtdicke der einen Komponente. Die beiden Verdampferquellen besitzen eine Verschiebeeinrichtung, mit der sie wahlweise durch Betätigung von außen an die gleiche Stelle gebracht werden können. Die früher benutzten Gummimanschetten-Dichtungen werden durch dehnbare Faltenbälge aus Tombak ersetzt. Fig. 1 zeigt die neue Anordnung für einen Verdampfer. Die Faltenbälge werden vor dem Einlöten in die Anordnung bis zur schwachen Rotglut in Wasserstoff weichgeglüht. Durch besondere Versuche wird festgestellt, daß sie so behandelt mindestens 1000mal ein Stauchen und Dehnen in Längsrichtung um 100% vertragen, ohne undicht zu werden. Durch Verwendung von zwei Faltenbälgen kann mit geringer Beanspruchung der

[6] Simmons, W. A., and D. H. Douglass jr.: Phys. Rev. Letters **9**, 153 (1962).
[7] Meissner, H.: Proc. 8th Int. Conf. Low Temp. Phys., p. 365. London: Butterworths 1963.
[8] De Gennes, P. G., and E. Guyon: Phys. Letters **3**, 168 (1963).
[9] Douglass jr., D. H.: Phys. Rev. Letters **9**, 155 (1962).
[10] Werthamer, N. R.: Phys. Rev. **132**, 2440 (1963).

notwendige Verschiebungsweg von 5 cm erhalten werden. Die Metalle werden meist aus einem V-förmigen Tantalband verdampft. Um die Auffangfläche vor Verunreinigungen vor und während der Verdampfung zu schützen, werden die gleichen Schutzmaßnahmen wie früher angewandt. Gekühlte Abschirmbecher sind vor allem dann wichtig, wenn bei hoher Temperatur der Quarzplatten kondensiert wird.

In einer Versuchsreihe wird ein besonderer Plattenhalter aus Kupfer verwendet, der mit Wolframspiralen elektrisch bis 500 °C aufgeheizt wird. Damit können hochgetemperte Kupferschichten hergestellt werden, die einen kleinen Restwiderstand besitzen.

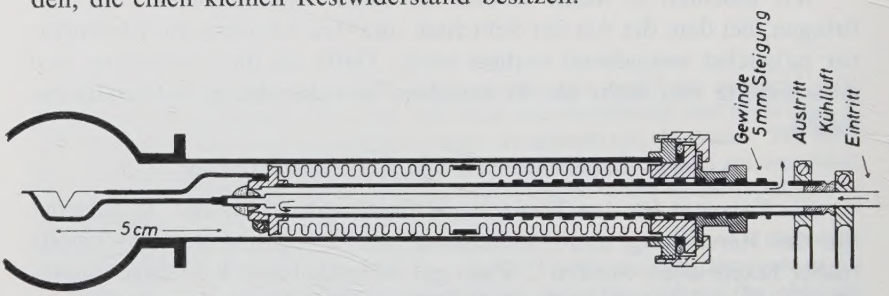

Fig. 1. Gasdichte Verschiebe-Einrichtung mit geglühten Faltenbälgen für Verdampfungsofen

Die Reproduzierbarkeit des zur Temperaturmessung benutzten Kohlewiderstandes wird durch Einbau in ein gasdichtes kupfernes Gehäuse von ca. 0,5 cm^3 Inhalt mit 1 at Heliumfüllung erheblich verbessert, wenn noch anschließend eine Alterung bei 150 °C vorgenommen wird.

Bei der Herstellung der Schichtpakete wird darauf geachtet, daß die erste Schicht bei möglichst höherer Temperatur kondensiert oder bis zu einer solchen getempert wird als die nachfolgende. Dadurch wird eine Diffusion in der Kontaktzone sehr verringert. Außerdem steht noch ein Temperaturintervall zur Verfügung, in dem der temperaturabhängige Anteil des Widerstandes der ersten Schicht vor Aufbringen der zweiten gemessen werden kann. In fast allen Fällen kann damit eine Dickenbestimmung für die erste Schicht erfolgen. Für die zweite Schicht kann sie an der gleichzeitig erzeugten Vergleichsschicht vorgenommen werden. Die Dickenbestimmung nach TOLANSKY ist nachträglich zwar in den meisten Fällen ausgeführt worden. Sie dient aber nur zur Kontrolle und gibt Übereinstimmung mit der Widerstandsmethode nur bei den höheren Kondensationstemperaturen. Wir wissen, daß in der Bestimmung der Dicke aus Widerstandsmessungen einige Problematik enthalten ist. Herr v. BASSEWITZ[11] hat in einer Arbeit Messungen nach dieser Methode und mit der nach TOLANSKY im gleichen Vakuum gleichzeitig ausgeführt und Ergebnisse über die Struktur der Schichten erhalten. Wir verzichten in

[11] BASSEWITZ, A. v.: Diplomarbeit, Göttingen.

den nachfolgenden Meßergebnissen darauf, einen Fehler in der Schichtdicke überhaupt anzugeben. Er kann für dünne Schichten erheblich und für dicke sehr gering sein. Wir haben die gemessenen Dicken abgerundet, um nicht zu große Genauigkeit vorzutäuschen.

§3. Meßergebnisse

Sämtliche von uns untersuchten Schichtpakete sind mit den Meßdaten in Tabelle 1 enthalten. Die verschiedenen Kombinationen enthalten als S-Leiter eine Pb-Schicht, nur in der letzten Teiltabelle wird eine Sn-Schicht angeführt. Die Folge der Schichten ist verschieden. Bestimmend ist, daß die erste Aufdampfschicht bei höheren Temperaturen als die zweite kondensiert wird. Die Kondensationstemperatur in °K wird durch die erste Zahl in der Klammer bezeichnet, die zweite bedeutet eine Temperatur, bis zu der anschließend getempert wird. Im Falle Mn sind zwei verschiedene Kondensationstemperaturen gemeint, die zu gleichen Ergebnissen führen. In Fig. 2a bis h sind die reduzierten Sprungtemperaturen in Abhängigkeit von der Dicke D_s der S-Leiterschicht aufgetragen. Dabei ist die N-Leiterschicht mit ihrer Dicke D_n konstant gehalten. Wenn die Sprungkurve (infolge etwas keilförmiger Schichten) gelegentlich unscharf auftritt, so ist dies in den Figuren mit einem vertikalen Fehlerstrich angedeutet. Die Enden bedeuten t-Werte, die bei $\frac{1}{4}$ bzw. $\frac{3}{4}$ des Normalwiderstandes liegen. Die Meßpunkte in Fig. 2a nach Tabelle 1, Zeilen 1 bis 6, sind auf $D_n = 10000$ Å umgerechnet worden, da die D_n in Wirklichkeit nicht konstant sind. Das gleiche gilt für Fig. 2b nach Zeilen 10 bis 15 für $D_n = 1700$ Å. Hier sind die D_s-Werte korrigiert worden, so daß das gemessene t erhalten bleibt. Die Art der Korrektur wird im letzten Abschnitt von §5 erläutert und ist nicht bedeutend. Fig. 2d ist aus der früheren Arbeit[2] entnommen. Die Kurve ist gemittelt aus den beiden verschiedenen Folgen Quarz – Cu – Pb und Quarz – Pb – Cu. In Fig. 2e ergibt sich kein Unterschied, wenn das Mangan statt bei 180 °K bei 10 °K aufgedampft wird. Eine Vergrößerung der Schichtdicke über 10 Å hinaus bleibt ohne Wirkung auf t. Die Kurven in Fig. 2 sind alle bis $t = 0$ durchgezogen, so daß eine kritische Dicke mit D_{s0} bezeichnet wird, unterhalb der keine S-Leitung mehr besteht. Dazu gehört eine durchaus nicht sichere Extrapolation, besonders dann nicht, wenn nicht genügend Punkte bei kleinen t vorliegen, wie in Fig. 2c und 2h. Weitere Messungen mit viel kleineren t-Werten werden notwendig sein, um volle Klarheit über den Kurvenverlauf zu erhalten. Wir haben die kritischen Dicken D_{s0} in Fig. 2 und auch in Tabelle 1 eingetragen. Die darin außerdem angegebene Dicke D_{s0}^* bezieht sich auf unendliche Dicke D_n. Sie wird erst später in §5 ermittelt. Wir stellen hier fest, daß alle Kurven von ähnlichem Verlauf sind, sich aber in der kritischen Dicke D_{s0} sehr unterscheiden. Offenbar ist diese auch von der Kondensationstemperatur

Tabelle 1. *Meßwerte für Schichtpakete aus S- und N-Leitern*
t = reduzierte Sprungtemperatur, D_s und D_n = Schichtdicken

Z.	1 Meß-Nr.	2 $t=\frac{T_c}{T_0}$	3 D_s in Å	4 D_n in Å
	Quarz, Cu(440—770), Pb(220—293) $T_0=7{,}26$ °K, $D_{s0}=530$ Å, $D^*_{s0}=570$ Å			
1	76	0,16	540	10200
2	77	0,36	580	3100
3	74	0,43	715	18900
4	72	0,53	795	6550
5	71	0,74	1300	4650
6	70	0,92	4200	10500
7	80	0,52	650	1700
8	78	0,68	730	790
9	79	0,59	570	690
	Quarz, Cu(355—380), Pb(180) $T_0=7{,}26$ °K, $D_{s0}=310$ Å, $D^*_{s0}=360$ Å			
10	36	0,18	315	1670
11	37	0,37	370	1700
12	32	0,45	360	1070
13	3	0,59	520	1340
14	34	0,77	830	1530
15	35	0,86	1240	1560
16	1	0,72	530	440
17	67	0,91	520	100
	Quarz, Pb(180), Cu(10) $T_0=7{,}26$ °K, $D_{s0}=D^*_{s0}=170$ Å			
18	31	0,38	190	520
19	30	0,48	240	520
20	23	0,54	270	600
21	21	0,62	355	500
22	25	0,72	445	560
23	27	0,87	850	570
24	28	0,92	1250	575
	Quarz, Pb(180), Mn(10,180) $T_0=7{,}26$ °K, $D_{s0}=D^*_{s0}=445$ Å			
25	46	0,19	455	50
26	39	0,29	480	> 20
27	48	0,42	600	>100
28	47	0,49	640	200
29	42	0,62	825	90
30	41	0,65	850	185
31	46	0,77	1120	45
32	40	0,93	2500	1500
33	43	0,62	855	45
34	44	0,62	825	25
35	45	0,62	840	< 10
	Quarz, Pb(10), Mn(10) $T_0=7{,}26$ °K, $D_{s0}=D^*_{s0}=215$ Å			
36	53	0,21	225	>50
37	51	0,38	270	>50
38	50	0,43	310	>50
39	49	0,80	610	>50
40	54	0,89	800	>50
	Quarz, Cr(180), Pb(180) $T_0=7{,}26$ °K, $D_{s0}=D^*_{s0}=340$ Å			
41	85	0,20	355	155
42	84	0,30	380	155
43	81	0,48	505	130
44	84	0,80	980	155
45	85	0,87	1360	155
46	83	0,49	465	85
47	82	0,69	450	15
	Quarz, Cu(293—365), Sn(180) $T_0=3{,}85$ °K, $D_{s0}=1000$ Å $D^*_{s0}=1100$ Å			
48	95	0,39	1150	2010
49	96	0,62	1630	1850
50	97	0,75	2530	2120
51	90	0,32	520	555
52	91	0,59	505	170
53	92	0,69	520	135
54	93	0,79	520	80

beider Metalle des Schichtpaketes abhängig. Nach Fig. 3 läßt sich für die Kurven der Fig. 2 eine einheitliche Darstellung finden, wenn nicht $t=f(D_s)$ sondern $t=f(d_s)$ aufgetragen wird. Darin ist $d_s=D_s/D_{s0}$ eine normierte S-Leiterdicke. In Fig. 3 sind nicht die Meßpunkte von Fig. 2d

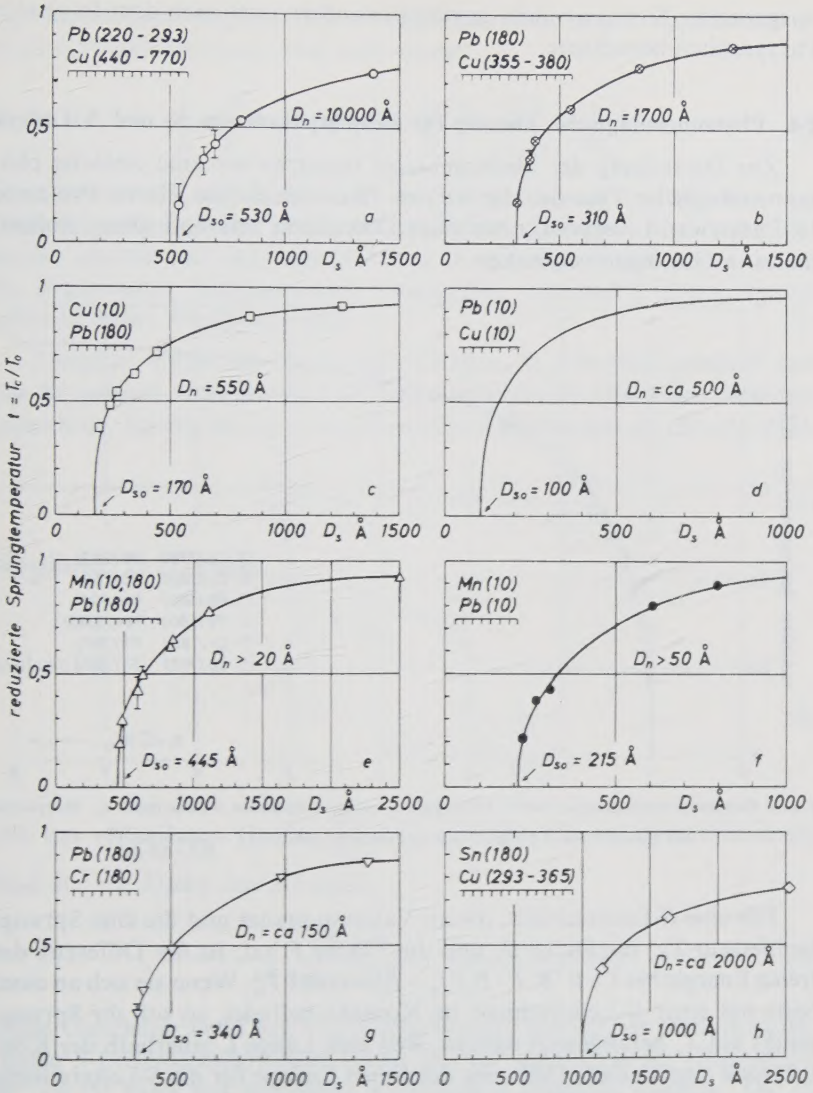

Fig. 2a–h. Reduzierte Sprungtemperatur in Abhängigkeit von der S-Leiterdicke D_s für verschiedene Schichtpakete mit konstanter N-Leiterdicke D_n. Die untere Schicht liegt auf der Quarzplatte |||||. In Klammern (Kondensations-Temper-Temperatur). D_{s0}=kritische Dicke

und 2f aufgenommen, weil hier extrem niedrige Kondensationstemperaturen vorliegen und wir später sehen werden, daß dann Abweichungen vorkommen können, die allerdings nicht erheblich sind. Die in Fig. 3 aufgenommenen Punkte der verschiedensten Schichtpakete streuen zwar, aber es scheint einen gemeinsamen Kurvenzug für alle zu geben. Die

ausgezogene Kurve ist nicht gemittelt, sondern eine nach dem folgenden Paragraphen berechnete.

§4. Phänomenologische Theorie für Schichtpakete aus *S*- und *N*-Leitern

Zur Darstellung der Meßergebnisse benutzen wir eine einfache phänomenologische Theorie, die wir im Grundsätzlichen Herrn Professor H. FRÖHLICH, Liverpool, nach einer Diskussion während seines Aufenthaltes in Göttingen verdanken.

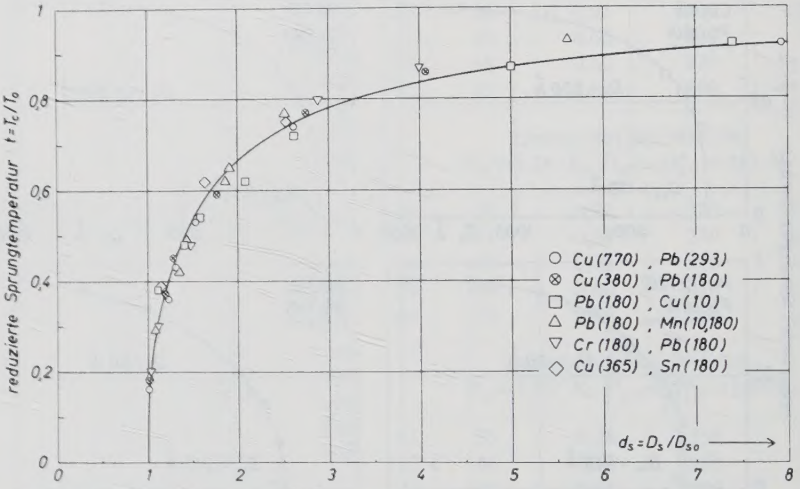

Fig. 3. Reduzierte Sprungtemperatur in Abhängigkeit von der reduzierten *S*-Leiterdicke d_s. Meßpunkte und Bezeichnung wie Fig. 2. Kurve berechnet mit: $t=\left(1-\frac{1}{0{,}2+0{,}8\,d_s}\right)^{\frac{1}{2}}$

Für eine *S*-Leiterschicht, die an Vakuum grenzt und die eine Sprungtemperatur T_0, die Dicke D_s und die Fläche F hat, ist die Differenz der freien Energie bei $T=0\,°\mathrm{K}$ $F\cdot D_s(f_n-f_s)=\mathrm{const}\,T_0^2$. Wenn sie sich an einer Seite mit einer *N*-Leiterschicht im Kontakt befindet, so soll ihr Sprungpunkt auf T_c herabgesetzt werden, weil eine Länge L innerhalb der Kontaktzone eine kleinere Differenz der freien Energie für die *S*-Leiterschicht hervorruft. Es soll gelten: $F\cdot(D_s-L)(f_n-f_s)=\mathrm{const}\,T_c^2$. So ergibt sich

$$\left(\frac{T_c}{T_0}\right)^2=t^2=\frac{D_s-L}{D_s}. \tag{1}$$

Wir nehmen ferner an, daß L vom *S*- und *N*-Leiter abhängt, und zwar von der Kohärenzlänge ξ, die selbst von den mittleren freien Weglängen der Elektronen in beiden Metallen beeinflußt wird. Wir betrachten zu-

nächst den Fall, daß die freien Weglängen groß gegen die Kohärenzlänge ξ_0 (nach PIPPARD) sind und setzen:

$$\frac{1}{L}=\frac{1}{\xi}=\frac{1}{\xi_0}+\beta\left(\frac{1}{l_s}+\frac{1}{D_s}\right)+\gamma\left(\frac{1}{l_n}+\frac{1}{D_n}\right). \tag{2}$$

Dazu bedeuten l_s und l_n die nicht durch Streuung an Grenzflächen verringerten, sondern für große Schichtdicken geltenden Weglängen der beiden Metalle mit den Schichtdicken D_s und D_n. β und γ sind die an die Experimente anzupassenden Konstanten, während l_s und l_n die gegebenen freien Weglängen sind.

Zunächst werde die Dicke des N-Leiters D_n konstant gehalten und nur D_s variiert. Mit $L=D_s=D_{s0}$ sei eine kritische Dicke des S-Leiters bezeichnet, für die gerade $t=0$ mit konstant gegebenem D_n erreicht wird.

$$\frac{1-\beta}{D_{s0}}=\frac{1}{\xi_0}+\frac{\beta}{l_s}+\gamma\left(\frac{1}{l_n}+\frac{1}{D_n}\right) \tag{3}$$

substituiert in (2) ergibt

$$\frac{1}{L}=\frac{1-\beta}{D_{s0}}+\frac{\beta}{D_s}$$

und mit (1)

$$t^2=1-\frac{1}{\beta+(1-\beta)\dfrac{D_s}{D_{s0}}}. \tag{4}$$

Mit der reduzierten Größe $\dfrac{D_s}{D_{s0}}=d_s$ erhalten wir ein dimensionsloses Maß für die Dicke des S-Leiters:

$$t^2=1-\frac{1}{\beta+(1-\beta)\,d_s} \quad (\text{für } D_n=\text{const}). \tag{5}$$

Diese Gleichung kann auf Fig. 3 angewendet werden, da auch dort die Größe S-Leiterdicke/kritische Dicke D_{s0} für konstantes D_n aufgetragen ist. Gl.(5) kann mit geeigneter Konstante β angepaßt werden. Die in Fig. 3 eingezeichnete Kurve gilt für den Wert $\beta=0{,}2$. Die Genauigkeit ist entsprechend der Streuung der Meßpunkte bestenfalls $\pm 10\%$. Nach Fig. 3 ist β offenbar unabhängig von der Art des N-Leiters (Cu, Mn und Cr). Die Kurve gilt für Meßpunkte mit Blei und Zinn und wahrscheinlich auch für andere S-Leiter. Aus Gl.(3) erhält man:

$$\frac{1}{D_{s0}}=\frac{1}{1-\beta}\left[\frac{1}{\xi_0}+\left(\frac{\beta}{l_s}+\frac{\gamma}{l_n}\right)+\frac{\gamma}{D_n}\right]. \tag{6}$$

Mit D_{s0}^* werde die kritische Dicke für den Fall $D_n = \text{const} = \infty$ bezeichnet. Dann ist

$$\frac{1}{D_{s0}^*} = \frac{1}{1-\beta}\left[\frac{1}{\zeta_0} + \left(\frac{\beta}{l_s} + \frac{\gamma}{l_n}\right)\right]$$

und

$$\frac{1}{L} = \frac{1-\beta}{D_{s0}^*} + \frac{\beta}{D_s} + \frac{\gamma}{D_n}$$

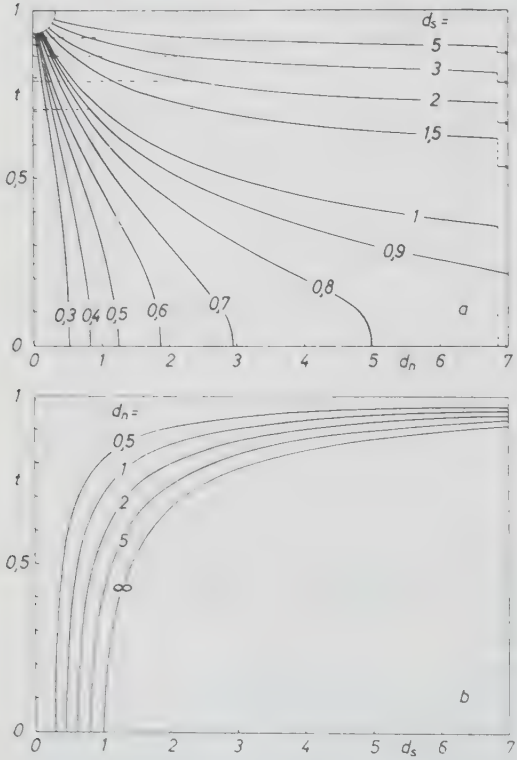

Fig. 4a u. b. Die Funktion $t = \left[1 - \frac{1}{0{,}2 + d_s\left(0{,}8 + \frac{1}{d_n}\right)}\right]^{\frac{1}{2}}$.
a) d_s als Parameter; $d_s = D_s/D_{s0}^*$,
b) d_n als Parameter; $d_n = D_n/\gamma \cdot D_{s0}^*$

für den Fall, daß auch D_n variabel sein soll. Aus Gl. (1) folgt damit:

$$t^2 = 1 - \frac{1}{\beta + D_s\left(\frac{1-\beta}{D_{s0}^*} + \frac{\gamma}{D_n}\right)}. \quad (7)$$

Mit den reduzierten Größen

$$d_s = \frac{D_s}{D_{s0}^*} \quad \text{und} \quad d_n = \frac{D_n}{\gamma \cdot D_{s0}^*}$$

(um von γ unabhängig zu werden) erhalten wir mit $\beta = 0{,}2$ für alle Schichtpakete die Funktion:

$$t^2 = 1 - \frac{1}{0{,}2 + d_s\left(0{,}8 + \frac{1}{d_n}\right)}. \quad (8$$

Sie ist dargestellt in Fig. 4a für Kurven mit konstantem d_s und in Fig. 4b für Kurven mit konstantem d_n. In Fig. 4a sind rechts mit Pfeilen für die Kurven $d_s \geqq 1$ die für $d_n \to \infty$ gültigen Grenzwerte von t angegeben. Für $d_s < 1$ wird immer $t = 0$ bei endlichen d_n-Werten erreicht. Eine räumliche Darstellung der Funktion wird in Fig. 5 gegeben. Die gestrichelte Kurve in der schattierten Fläche stellt die Grenzkurve $t = f(d_s, d_n = \infty)$ dar.

§ 5. Bestimmung von D_{s0}^* und γ

Wenn genügend Einzelmessungen zur Verfügung stehen würden, könnte die kritische Dicke D_{s0}^* ohne Benutzung einer Theorie rein ex-

perimentell bestimmt werden. Außer unseren Messungen nach Tabelle 1 ziehen wir zusätzlich solche anderer Autoren heran. Diese sind in Tabelle 2 aufgeführt. Die t-, D_s- und D_n-Werte von SIMMONS und DOUGLASS[6] für die Kombination Sn–Ag sind aus der Fig. 1 ihrer Arbeit entnommen worden. Die Werte für die Kombination Cu–Sn stammen aus Fig. 2 und für einen Punkt aus Fig. 1 der Arbeit von MEISSNER[7]. Die Messungen von SMITH et al.[12] an der Kombination Ag–Pb sind extrapoliert worden, um die Werte in der Tabelle angeben zu können.

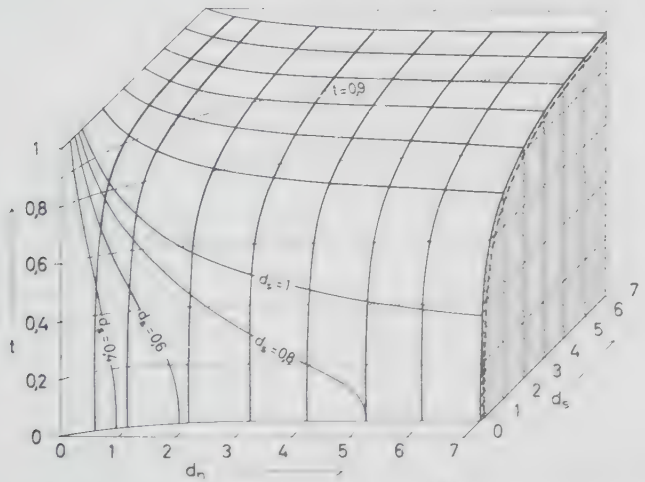

Fig. 5. Räumliche Darstellung von $t=\left(1-\frac{1}{0{,}2+d_s\,0{,}8+\frac{1}{d_n}}\right)^{\frac{1}{2}}$. – – – Grenzkurve für $d_n=\infty$

Zur Auswertung aller Messungen wird Gl.(7) der phänomenologischen Theorie herangezogen. Nach Umformung erhält man mit $\beta=0{,}2$:

$$\frac{1}{D_s}\left(\frac{1}{1-t^2}-0{,}2\right)=\frac{0{,}8}{D^*_{s0}}+\gamma\,\frac{1}{D_n}\,. \tag{9}$$

Trägt man die linke Seite der Gl.(9) als Ordinate gegen $1/D_n$ als Abszisse auf, so läßt sich D^*_{s0} aus dem Ordinatenabschnitt und γ aus der Steigung der Geraden bestimmen. Ein Beispiel dafür wird in Fig. 6 für die Kombination Cu (770), Pb (293) gezeigt. Hier erhält man $D^*_{s0}=570$ Å und $\gamma=0{,}65$ mit den Werten der Zeilen 1 bis 9 der Tabelle 1. Für alle anderen Kombinationen nach Tabelle 1 und 2 sind die auf diese Weise gewonnenen γ- und D^*_{s0}-Werte in den Spalten 2 und 3 der Tabelle 3 verzeichnet. Die Werte für D^*_{s0} in den Spalten 4 und 5 sollen hier noch nicht betrachtet

[12] SMITH, P. H., S. SHAPIRO, J. L. MILES, and J. NICOL: Phys. Rev. Letters **6**, 686 (1961).

werden. Die Genauigkeit der Werte ist nur mäßig, für γ dürfte sie nur etwa $\pm 10\%$ betragen. Innerhalb dieser Grenzen ergibt sich $\gamma = 0{,}7$ für Pakete aus Blei mit den beiden N-Leitern Cu und Ag nach Tabelle 3, Zeilen 1 bis 5. In späteren Messungen sollte man feststellen, ob auch andere N-Leiter als Cu oder Ag mit Pb kombiniert ebenfalls $\gamma = 0{,}7$ ergeben.

Nach den Zeilen 9 bis 11 ist der Wert $\gamma = 0{,}35$ etwa halb so groß, wenn Sn als

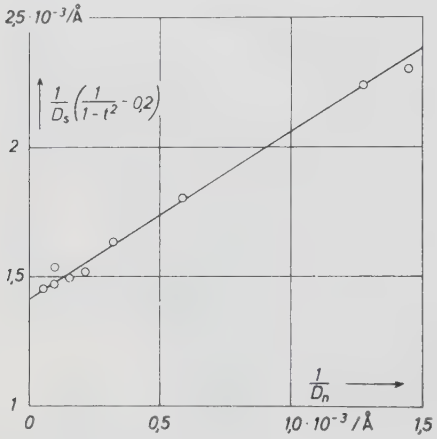

Fig. 6. Beispiel einer D^*_{s0}- und γ-Bestimmung für Cu(440 bis 770), Pb (220 bis 293) mit den Meßwerten nach Tabelle 1, Zeilen 1 bis 9. Ordinatenabschnitt $= \frac{1}{D^*_{s0}}$, $D^*_{s0} = 570$ Å, Steigung der Geraden $= \gamma = 0{,}65$

S-Leiter benutzt wird. Dies gilt für die eigenen Messungen und auch für die der anderen Autoren. Die kritische Dicke läßt sich aus den Messungen von SIMMONS und DOUGLASS nur sehr ungenau bestimmen.

Tabelle 2. *Meßwerte anderer Autoren für Schichtpakete aus S- und N-Leitern.* t = reduzierte Sprungtemperatur, D_s und D_n = Schichtdicken.

Z.	1 $t = \frac{T_c}{T_0}$	2 D_s in Å	3 D_n in Å
	SMITH et al.[12] Ag(293), Pb(293) $T_0 = 7{,}26$ °K		
1	0,89	484 ± 30	110 ± 30
2	0,72	490 ± 30	362 ± 30
3	0,59	518 ± 30	886 ± 30
4	0,52	598 ± 30	1840 ± 30
	SIMMONS und DOUGLASS[6] Sn(293), Ag(293) $T_0 = 3{,}8$ °K		
5	0,91	303 ± 15	20
6	0,85	303 ± 15	30
7	0,79	303 ± 15	55
8	0,58	303 ± 15	95
9	0,53	303 ± 15	110
10	0,46	303 ± 15	140
11	0,25	303 ± 15	170
	MEISSNER[7] Cu(293), Sn(293) $T_0 = 3{,}9$ °K		
12	0,57	850	460
13	0,31	850	940
14	0,25	850	1200
15	0,23	850	1700
16	0,23	850	2760
17	0,66	700	250

Eine wesentliche Änderung von γ bewirken die Übergangsmetalle als N-Leiter. Für Mangan ist nach den Messungen in Tabelle 1 (Zeilen 25 bis 35) auch eine Schicht von < 10 Å ebenso wirksam wie wesentlich dickere Schichten. Daraus folgt $\gamma < 2 \cdot 10^{-4}$. Mit den Werten nach Tabelle 1, Zeilen 41 bis 47, ergibt sich nach Tabelle 3, Zeile 8 $\gamma = 0{,}02$, wenn Cr als N-Leiter benutzt wird.

An dieser Stelle sei bemerkt, daß der Wert γ in der Funktion $t = f(D_n, D_s = \text{const})$ die anfängliche Abnahme von t bestimmt. Aus Gl. (7)

und Gl. (8) erhält man für die Gleichung der Tangente in $t=1$, d.h. für kleine D_n/D_s:

$$t=1-\frac{1}{2\gamma}\frac{D_n}{D_s}=1-\frac{1}{2}\frac{d_n}{d_s}. \tag{10}$$

Die Steigung der Kurven in Fig. 4a bei $t=1$ beträgt also $\frac{-1}{2d_s}$ und bei Auftragung von $\frac{D_n}{D_s}$ als Abszisse $\frac{-1}{2\gamma}$.

SIMMONS und DOUGLASS bezeichnen diese Tangentengleichung in ihrer Gl. (4) mit $t=1-\alpha\frac{D_n}{D_s}$. Wir erhalten nach graphischer Auswertung ihrer

Tabelle 3. *Konstante γ und kritische Dicke D^*_{s0} für verschiedene Schichtpakete aus S- und N-Leitern*

Spalte 3: D^*_{s0} graphisch ermittelt nach Gl. (9) aus Messungen nach Tabelle 1 und 2.
Spalte 4: D^*_{s0} berechnet nach Gl. (14)
Spalte 5: D^*_{s0} berechnet nach Gl. (18)
} mit Benutzung der Weglängen l nach Tabelle 5.

Z.	1 Kombination der Pakete	2 γ	3 D^*_{s0} in Å Gl. (9)	4 D^*_{s0} in Å Gl. (14)	5 D^*_{s0} in Å Gl. (18)
	Pb mit *N*-Leiter				
1	Cu(770), Pb(293)	0,65	570	570	(930)
2	Cu(380), Pb(180)	0,7	360	420	(470)
3	Pb(180), Cu(10)	—	170	(40)	110
4	Cu(10), Pb(10)	0,7	ca. 100	(37)	100
5	Ag(293), Pb(293) nach SMITH et al.[12]	0,8	530	550	(810)
	γ-Mittel für Pb, Cu oder Pb, Ag	0,7 ±0,07			
6	Pb(180), Mn(10, 180)	$<\frac{1}{5000}$	445	520	(810)
7	Pb(10), Mn(10)	—	215	(170)	225
8	Cr(180), Pb(180)	ca. $\frac{1}{50}$	340	330	370
	Sn mit *N*-Leiter				
9	Cu(365), Sn(180)	0,35	1100	1200	(1350)
10	Cu(293), Sn(293) nach MEISSNER[7]	0,35	1000	1100	(1250)
11	Sn(293), Ag(293) nach DOUGLASS[6]	0,35	ca. 1000	—	—
	γ-Mittel für Sn, Cu oder Sn, Ag	0,35 ±0,03			
12	Sn(293), Co(293) nach DOUGLASS[6]	ca. $\frac{1}{50}$	—	—	—

Meßpunkte aus Tabelle 2, Zeilen 5 bis 11, mit Hilfe von Gl.(9) den Wert $\gamma=0{,}34$, also $\alpha=\frac{1}{2\gamma}=1{,}5$. Dies ist ein nur kleiner Unterschied gegen die Angabe der Autoren mit $\alpha=1{,}6$ für ihre Kombination Sn, Ag. Er kommt durch Berücksichtigung aller Meßpunkte mit unserer Auswertung zustande. Keine Übereinstimmung erhalten wir mit dem Wert $\alpha=0{,}16$, den die Autoren aus der Extrapolation der Messungen von SMITH et al.[12] für Pb, Ag angeben. Nach Tabelle 2, Zeilen 1 bis 4, erhalten wir $\gamma=0{,}8$ (Tabelle 3, Zeile 5) oder $\alpha=0{,}6$. Für Tabelle 3, Zeile 12, mit $\gamma=0{,}02$ haben wir die Angabe von SIMMONS und DOUGLASS verwendet, daß α für Sn, Co gleich 25 ± 6 sein soll.

Hier sei erläutert, in welcher Weise eine früher erwähnte Korrektur bei der Auftragung der Meßwerte in Fig. 2a und b erfolgt ist. Die Werte für D_n in den Zeilen 1 bis 6 der Tabelle 1 sind nicht gleich, obwohl dies mit $D_n=10000$ Å in der Fig. 2a angegeben ist. Die gemessene Dicke D_s ist mit einem Korrekturfaktor multipliziert worden, so daß eine korrigierte Dicke D_{sc} mit $D_n=10000$ Å gleiches $T_c/T_0=t$ ergeben würde. Aus Gl.(7) läßt sich ableiten:

$$D_{sc}=D_s\left(1-\frac{\gamma D_{s0}}{1-\beta}\,\frac{\Delta_n}{D_{n1}(D_{n1}+\Delta_n)}\right).$$

D_{n1} ist die N-Leiterdicke, auf welche die anderen Werte, die um Δ_n abweichen, korrigiert werden. Für D_{n1} wird ein Punkt mit kleinem t aus der Meßreihe ausgewählt, damit D_{s0} leidlich bestimmt werden kann. Die Korrektur ist nicht sehr bedeutend und nur für Fig. 2a und 2b mit $\beta=0{,}2$ und $\gamma=0{,}7$ benutzt worden. Dort ist zu schreiben:

Tabelle 1, Zeile

	2	3	4	5	12	13	14	15
statt D_s	580	715	795	1300	360	520	830	1240
D_{sc}	650	700	810	1390	395	545	850	1260
für D_{n1}	10000				1700			

§6. Bestimmung der mittleren freien Weglänge der Elektronen für die Metalle der untersuchten Schichtpakete

In dem ursprünglichen Ansatz der phänomenologischen Theorie sind l_s und l_n als die mittleren Weglängen der Elektronen für unendliche Dicke der Metalle des Schichtpaketes zu verstehen. l_s und l_n sind die Werte bei tiefer Temperatur vor Eintritt der S-Leitung und können aus dem Restwiderstand bestimmt werden. Dieser Restwiderstand hängt von

der Geschwindigkeit des Aufdampfens, der Temperatur der Unterlage und von den Vakuumbedingungen ab. Für jedes der benutzten Metalle haben wir für verschiedene Dicken der Schichten die spezifischen Restwiderstände zu ermitteln und daraus für unendliche Dicke einen Wert ρ_r für tiefe Temperatur zu extrapolieren, aus dem die zugehörige freie Weglänge gewonnen werden kann. Für diese Berechnung braucht man Angaben für das Produkt $\rho \cdot l$ des betreffenden kompakten Metalls. Für Pb, Sn, Cu und Ag haben wir sie der Arbeit von CHAMBERS[13] entnommen und in Tabelle 4 mit dem Ausdruck $(\rho_T/\rho_{273}) \cdot l$ in Å angegeben. ρ_T bedeutet darin den spezifischen Widerstand bei einer beliebigen Temperatur, ρ_{273} den spezifischen Widerstand des kompakten Metalls bei 273 °K. Leider lassen sich keine Werte für das Produkt $\rho \cdot l$ für Mn und Cr finden. Wir haben dafür $(\rho_T/\rho_{273}) \cdot l = 200$ Å geschätzt.

In der so angegebenen Methode zur Bestimmung von l sind verschiedene Unsicherheiten enthalten. Die Bestimmung der Schichtdicken enthält einige Problematik nach §2 besonders für tiefe Kondensationstemperaturen. Die Schichtstruktur von unter gleichen Bedingungen hergestellten dünnen und dicken Schichten kann unterschiedlich sein. Gleiche Bedingungen in der Herstellung verschieden dicker Schichten kann man nicht sehr genau einhalten. Die spezifischen Widerstände können zum Teil nicht direkt an den Schichten des Paketes sondern nur an gleichzeitig auf Quarz erzeugten Vergleichsschichten gleicher Dicke gemessen werden. Eine auf einer zuvor kondensierten Schicht hergestellte zweite Schicht braucht aber nicht den gleichen Restwiderstand zu haben wie eine Vergleichsschicht auf Quarz, weil mit unterschiedlicher Keimwirkung bei der Kondensation gerechnet werden muß. Wenn die Reihe von Schichten verschiedener Dicke nicht bereits besonders große Dicken enthält, so ist man gezwungen zu extrapolieren. Dafür haben wir die Formel von SONDHEIMER[14] benutzt

$$\rho_r = \rho - \frac{3}{8} \frac{\rho \cdot l}{D}$$

und das bekannte Produkt $\rho \cdot l$ eingesetzt.

In Tabelle 5, Spalte 1, sind die verschiedenen Metalle wieder nach Kondensationstemperatur und eventueller Temper-Temperatur mit Zahlen in Klammern (°K) gekennzeichnet. Im Falle Mn sind zwei Kondensationstemperaturen gemeint, die etwa die gleichen Restwiderstände ergeben. Die Temperaturabhängigkeit der spezifischen Widerstände von Cr und Mn ist so gering, daß im ganzen Bereich ein fast konstanter Wert ρ_r für die Schichten gilt. Es soll noch auf die Zeilen 8 und 9 der Tabelle 5

[13] CHAMBERS, R. C.: Proc. Roy. Soc. London A **215**, 481 (1952).
[14] SONDHEIMER, E. H.: Adv. Physics **1**, 1 (1952).

hingewiesen werden. Obgleich das Cu in Zeile 9 bis zu höherer Temperatur nach der Herstellung der Schicht getempert worden ist als die Schichten nach Zeile 8, ist der Restwiderstand in Spalte 2 höher. Wir erklären dies mit unterschiedlichen Vakuumbedingungen. Die Schichten nach Zeile 9 sind noch mit der nicht mittels Faltenbälgen gedichteten alten Verschiebeeinrichtung der Verdampfungsöfen hergestellt worden,

Tabelle 4. *Spezifischer Widerstand* ρ_{273} *und Produkt aus Widerstandsverhältnis* $\frac{\rho_T}{\rho_{273}}$ *mal mittlere freie Weglänge* l *für kompakte Metalle*

1	2	3
Metall	$10^6 \cdot \rho_{273}$ in Ohm cm	$\frac{\rho_T}{\rho_{273}} \cdot l$ in Å
Pb	19,2	55 *
Sn	9,3	115 *
Cu	1,55	420 *
Ag	1,49	780 *
Cr	217	ca. 200 **
α-Mn	665	ca. 200 **

* Nach CHAMBERS[13]
** Geschätzt.

Tabelle 5. *Restwiderstandsverhältnis* $\frac{\rho_r}{\rho_{273}}$ *und mittlere freie Weglänge* l *bei tiefer Temperatur (vor Eintritt der S-Leitung) für verschieden hergestellte Schichten.*

Alle Werte sind auf unendliche Schichtdicke extrapoliert!

Die Bezeichnung in ( ) bedeutet: Aufdampftemperatur — Temper-Temperatur.

1	1	2	3
Z.	Schicht	$\frac{\rho_r}{\rho_{273}}$	l_s oder l_n in Å
1	Pb(10)	0,94	60
2	Pb(180)	0,02	2700
3	Pb(220—293)	0,004	14000
4	Sn(180)	0,11	1000
5	Sn(293) *	0,025	ca. 5000
6	Cu(10)	10,5	40
7	Cu(293)	0,3	1500
8	Cu(293—365)	0,026	16000
9	Cu(355—380)	0,28	1500
10	Cu(440—770)	0,014	30000
11	Ag(293)	0,08	10000
12	Cr(180)	ca. 10	ca. 20
13	Mn(10,180)	ca. 2	ca. 100

* Nach NIEBUHR[15].

so daß ein geringer Gaszutritt möglich war. Mit den verschiedenen Bedingungen der Herstellung der Schichten erhalten wir nach Spalten 2 und 3 unterschiedliche relative Restwiderstände bzw. mittlere freie Weglängen der Elektronen. Für Cu haben wir z.B. vier verschiedene Störzustände der Schichten mit l im Bereich von 40 Å bis 30000 Å.

§7. Die Kohärenzlänge der S-Leiter

Soll nach Gl.(6) D^*_{s0} ausgerechnet werden, so muß außer den Weglängen l_s und l_n auch die Kohärenzlänge ξ_0 für den S-Leiter der Schichtpakete bekannt sein. Wir benutzen die Beziehung von PIPPARD[16]:

$$\xi_0 = \frac{a \hbar v_F}{k T_0}. \tag{11}$$

[15] NIEBUHR, J.: Z. Physik **132**, 468 (1952).
[16] PIPPARD, A. B.: Proc. Roy. Soc. (London) A **216**, 547 (1953).

Darin wird $a=0{,}18$ aus der BCS-Theorie benutzt. Für die Fermi-Geschwindigkeit v_F soll nach der elementaren Theorie für freie Elektronen gelten:

$$v_F=\frac{\pi^2 k^2}{e^2\cdot(\rho\cdot l)\cdot\gamma_e}. \tag{12}$$

γ_e = Koeffizient der spezifischen Elektronenwärme pro Volumeinheit des S-Leiters im Normalzustand. Aus (11) und (12) folgt:

$$\xi_0=\frac{a\pi^2\cdot\hbar k}{e^2(\rho\cdot l)\gamma_e\cdot T_0}. \tag{13}$$

Nach Einsetzen der Werte: γ_e für $Sn=1{,}1\cdot10^{-4}\ \frac{W\cdot s}{cm^3\cdot grad^2}$ bzw. γ_e für $Pb=1{,}75\cdot10^{-4}\ \frac{W\cdot s}{cm^3\cdot grad^2}$ und nach Tabelle 4 $\rho\cdot l$ für $Sn=10{,}5\cdot10^{-12}\ \Omega\,cm^2$ bzw. $\rho\cdot l$ für $Pb=10{,}7\cdot10^{-12}\ \Omega\,cm^2$ für die Sprungtemperaturen 3,72 °K bzw. 7.26 °K erhalten wir die Kohärenzlängen (für kompaktes Metall großer Dicke und freier Weglänge)

$$Sn:\ \xi_0=2300\ \text{Å}$$

$$Pb:\ \xi_0=\ 740\ \text{Å}.$$

§8. Die Berechnung der kritischen Dicke D_{s0} von Schichtpaketen aus S- und N-Leitern mit Benutzung gemessener mittlerer freier Weglängen der Elektronen l_s und l_n

a) $l>\xi_0$. Im Ansatz nach Gl. (2) für die phänomenologische Theorie ist vorausgesetzt, daß die freien Weglängen groß gegen die Kohärenzlänge ξ_0 des S-Leiters sein sollen. Für diesen Fall gilt auch Gl. (6) mit $D_n=\infty$ und $D_{s0}=D_{s0}^*$

$$\frac{1}{D_{s0}^*}=\frac{1}{1-\beta}\left[\frac{1}{\xi_0}+\left(\frac{\beta}{l_s}+\frac{\gamma}{l_n}\right)\right]. \tag{14}$$

Für alle Schichtpakete ist $\beta=0.2$ einzusetzen. Die Werte für γ sind Tabelle 3, Spalte 2, für l_s und l_n der Tabelle 5, Spalte 3 und für ξ_0 dem §7 zu entnehmen. Die nach Gl. (14) für alle Schichtkombinationen ausgerechneten kritischen Dicken D_{s0}^* sind in Spalte 4 der Tabelle 3 eingetragen. Sie können mit den Werten nach Spalte 3 verglichen werden, die aus den Messungen ohne Benutzung der freien Weglängen erhalten worden sind. Die drei in Klammern gesetzten Werte der Spalte 4 passen offenbar nicht zu den entsprechenden Werten der Zeile 3, weil hier nicht $l>\xi_0$ ist.

b) $l < \xi_0$. Für diesen Fall gilt nach den theoretischen Arbeiten [8, 17, 10] nicht der Ansatz PIPPARDS $\frac{1}{\xi} = \frac{1}{\xi_0} + \frac{1}{\alpha l}$ [16] sondern:

$$\xi^2 = \frac{\hbar v_F \cdot l}{6\pi k T_0}. \tag{15}$$

Mit Benutzung von Gl.(11) formen wir um:

$$\xi^2 = \frac{\xi_0}{6\pi a} \cdot l = \frac{l}{A} \quad \text{mit} \quad A = \frac{6\pi a}{\xi_0} = \frac{3{,}4}{\xi_0}. \tag{16}$$

Der Ansatz nach Gl.(2) wird dann modifiziert zu:

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{\xi} = \left(\frac{A}{l}\right)^{\frac{1}{2}} = A^{\frac{1}{2}}\left[\beta\left(\frac{1}{l_s} + \frac{1}{D_s}\right) + \gamma\left(\frac{1}{l_n} + \frac{1}{D_n}\right)\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{17}$$

Für $t = 0$ und $D_n = \infty$ sei wieder $L = \xi = D_s = D_{s0}^*$ und man erhält:

$$\frac{1}{D_{s0}^*} = \frac{A \cdot \beta}{2}\left[1 + \left(1 + \frac{4}{A\beta^2}\left(\frac{\beta}{l_s} + \frac{\gamma}{l_n}\right)\right)^{\frac{1}{2}}\right]. \tag{18}$$

Auch nach dieser Gleichung wird mit den gleichen Konstanten wie für Gl.(14) eine kritische Dicke D_{s0}^* ausgerechnet, die für den Fall kleiner mittlerer freier Weglänge der Elektronen gilt. Die erhaltenen Werte sind auch in Tabelle 3 in Spalte 5 eingetragen. Wir finden jetzt gerade in *den* Zeilen Übereinstimmung mit den Meßwerten der Spalte 3, die in Zeile 4 nicht passen. Deshalb sind jetzt in Spalte 5 die nicht zu Spalte 3 passenden Werte in Klammern gesetzt. (Unverständlich bleibt nur die weniger gute Übereinstimmung in der Zeile 3.)

c) $l \leqq \xi_0$ und $l \geqq \xi_0$. Zur besseren Darstellung der beiden Ergebnisse nach a) und b) dieses Paragraphen formen wir die Gl.(14) und (18) so um, daß die in beiden Gleichungen auftretende Summe

$$\left(\frac{\beta}{l_s} + \frac{\gamma}{l_n}\right) = \frac{1}{l_e} = \frac{1}{\text{wirksame freie Weglänge}}$$

und ebenso D_{s0}^* mit ξ_0 normiert werden. Wir erhalten aus Gl.(14):

$$\frac{D_{s0}^*}{\xi_0} = \frac{1-\beta}{1 + \frac{1}{l_e/\xi_0}} = \frac{0{,}8}{1 + \frac{1}{l_e/\xi_0}} \tag{19}$$

und aus Gl.(18) mit Berücksichtigung, daß nach Gl.(16) $A \cdot \xi_0 = 6\pi a$ ist:

$$\frac{D_{s0}^*}{\xi_0} = \frac{(3\pi a \beta)^{-1}}{1 + \left[1 + \frac{2}{3\pi a \beta^2} \cdot \frac{1}{l_e/\xi_0}\right]^{\frac{1}{2}}} = \frac{2{,}95}{1 + \left[1 + \frac{29{,}5}{l_e/\xi_0}\right]^{\frac{1}{2}}}. \tag{20}$$

[17] GOODMAN, B. B.: J. phys. radium **23**, 704 (1962).

Diese mit ξ_0 reduzierte kritische Dicke ist in Fig. 7 in Abhängigkeit von der reduzierten wirksamen freien Weglänge

$$\frac{l_e}{\xi_0}=\left[\xi_0\left(\frac{\beta}{l_s}+\frac{\gamma}{l_n}\right)\right]^{-1}$$

zur Übersicht im logarithmischen Maßstab aufgetragen. Die untere Kurve entspricht Gl. (19) für den Fall $l_e/\xi_0>1$, die obere Kurve Gl. (20) für den Fall $l_e/\xi_0<1$. Beide Kurven kommen sich bei $l_e/\xi_0=1$ sehr nahe.

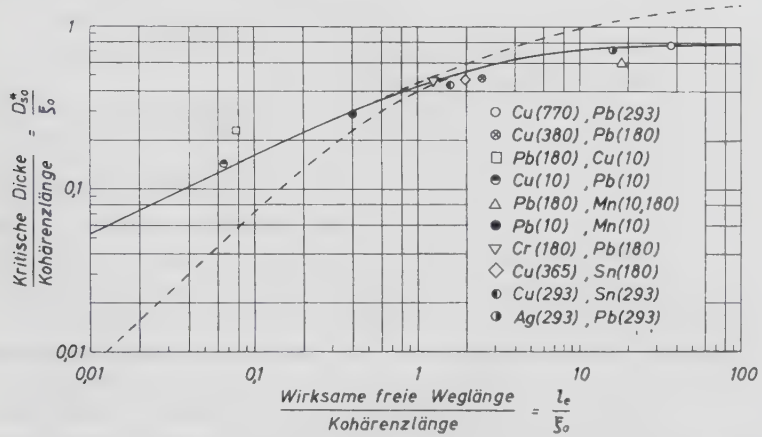

Fig. 7. Zusammenhang zwischen der „kritischen Dicke" und der „wirksamen freien Weglänge" $l_e=\left(\frac{0{,}2}{l_s}+\frac{\gamma}{l_n}\right)^{-1}$ für die Grenzfälle $l>\xi_0$ (untere Kurve) und $l<\xi_0$ (obere Kurve). Meßwerte nach Tabelle 3, Spalte 3

Die ausgezogene Kurve benutzt von der oberen den linken und von der unteren den rechten Ast. Sie müßte den Verlauf von D^*_{s0}/ξ_0 im ganzen Bereich von l_e/ξ_0 darstellen.

Diese Kurve sollte unabhängig von der Art der Schichtpakete sein. In der Fig. 7 sind die verschiedenen schon früher betrachteten Kombinationen für Pb und Sn mit *N*-Leitern nach Tabelle 3 (auch die von Zeile 5 und Zeile 10 der anderen Autoren) aufgenommen, und zwar sind die *(nicht mit den freien Weglängen ermittelten!)* kritischen Dicken D^*_{s0} der 3. Spalte von Tabelle 3 eingetragen. Die zugehörigen l_e/ξ_0 sind mit den Konstanten für die betreffenden Metalle (nach Tabelle 3, Spalte 2, und Tabelle 5, Spalte 3) ausgerechnet. Diese Punkte liegen nahe der ausgezogenen Kurve (abgesehen wieder von dem Schichtpaket Tabelle 3, Zeile 3), so daß diese die Messungen gut wiedergibt. Die Übereinstimmung berechtigt uns dazu, diejenigen D^*_{s0}-Werte in Tabelle 3, Spalten 4 und 5, in Klammern zu setzen, die nicht für den Bereich der Formeln (14) bzw. (18) zuständig sind.

§9. Diskussion

In dieser Arbeit sind die Meßergebnisse als wesentlich vorangestellt. Die für die Auswertung verwendete Theorie ist als phänomenologisch anzusehen und kann nur als Annäherung an das allgemeine Problem gewertet werden. Statt eines ortsabhängigen Ordnungsparameters ist eine Länge L eingeführt, deren Ausdehnung in den S- und N-Leiter in der Kontaktzone summarisch mit der Änderung der freien Energie des Systems verbunden wird. Es ist sicher nicht klar, in welcher Weise der Normalleiter besser in der Bilanz berücksichtigt werden kann. Die Einfügung der Meßergebnisse in die Theorie ist jedenfalls im Rahmen der bisherigen Genauigkeit sehr befriedigend, zumal nicht mehr als zwei empirisch bestimmbare Konstanten benötigt werden.

Schon früher[2] haben wir versucht, zur Darstellung von Meßergebnissen eine einfache Funktion zu benutzen: $T_0 - T_c = (T_0 - \vartheta)\left(1 - e^{-\frac{D_n}{a}}\right)$ für das System Pb, Cu. Darin bedeutet ϑ die jeweils tiefste Sprungtemperatur, die mit unendlicher Dicke D_n des Cu für eine konstant gegebene Pb-Dicke erreicht werden kann. Die Konstante a haben wir „Wirktiefe" des Normalleiters genannt. Sie ist gleich der Dicke D_n, mit der $1/e$ der möglichen Absenkung von $T_0 - \vartheta$ erzielt wird. Da in der neuen Darstellung keine Exponentialkurven in der Funktion $t = f(D_n, D_s = \text{const})$ enthalten sind, soll noch untersucht werden, ob die „Wirktiefe" a noch einen Sinn behält und ob sie auch hier mit der kritischen Dicke D_{s0}^* etwa gleich ist. In Fig. 4a sind im Bereich von $d_s = \infty$ bis $d_s = 1{,}5$ die Wirktiefen a gestrichelt eingezeichnet. Sie enden auf der punktierten Linie ($1/e$ der maximalen t-Absenkung) und variieren in diesem Bereich in der normierten Größe mit $2{,}13 < (d_n = D_n/\gamma \cdot D_{s0}^*) < 2{,}50$. Für das System Pb, Cu mit $\gamma = 0{,}7$, ergibt sich danach $a = D_n \simeq 1{,}6\, D_{s0}^*$ in guter Übereinstimmung mit der früheren Erfahrung. Wir haben schon in [2] darauf hingewiesen, daß für kleine t Abweichungen vom Exponentialverlauf auftreten sollten.

Eine weitere Aussage von früher soll noch diskutiert werden. In einer Tabelle haben wir angenommen, daß Cu mit großer freier Weglänge der Elektronen (50000 Å) auch eine große kritische Dicke (3500 Å) und eine ebenso große Wirktiefe ergeben würde. Wir haben dies aus den vorliegenden älteren Messungen[18] geschlossen. In dieser Arbeit haben wir uns deshalb bemüht, Cu-Schichten mit großer Weglänge zu erzeugen ($l_n = 30000$ Å!), ohne aber ein derartig großes D_{s0}^* zu finden. Der größte Wert für Pb, Cu ist nach Tabelle 3, Zeile 1, nur 570 Å! Nach unserer Gl. (14) und Fig. 7 kann auch D_{s0}^* nie größer als $0{,}8\ \xi_0$ werden! Deshalb muß angenommen werden, daß eine durch Diffusion verringerte Dicke der S-Leiterschicht bei den früheren Autoren vorgelegen hat.

[18] Misener, A. D., and J. O. Wilhelm: Trans. Roy. Soc. Can. **29** (III), 5 (1935).

DOUGLASS[9] hat unter anderen Voraussetzungen für den Fall, daß D_s und D_n eines Schichtpaketes kleiner als die Kohärenzlängen ξ_0 sind, eine Beziehung für $t=f(D_s, D_n)$ abgeleitet. In seiner Gl.(5)

$$t=\left[\frac{1-\alpha D_n/D_s}{1+\alpha D_n/D_s}\right]^{\frac{1}{2}}$$

hängt t nur vom Verhältnis D_n/D_s ab. Unsere Gl.(8) soll damit verglichen werden:

$$t^2=1-\frac{1}{0{,}2+d_s\left(0{,}8+\frac{1}{d_n}\right)}. \tag{8}$$

Wir formen die Douglass-Gleichung um und benutzen ebenfalls dafür unsere reduzierten Einheiten $d_s=D_s/D_{s0}^*$ und $d_n=D_n/\gamma\cdot D_{s0}^*$ und die Beziehung $\alpha=\frac{1}{2\gamma}$ und erhalten:

$$t^2=1-\frac{1}{0{,}5+d_s\cdot\frac{1}{d_n}}. \tag{21}$$

Beide Gleichungen sind zwar ähnlich, aber nur identisch für den Fall $d_s=3/8=0{,}375$.

Die Ergebnisse von SIMMONS und DOUGLASS[6] nach Tabelle 2, Zeilen 5 bis 11, mit den von uns daraus ermittelten Werten für $\gamma=0{,}35$ und

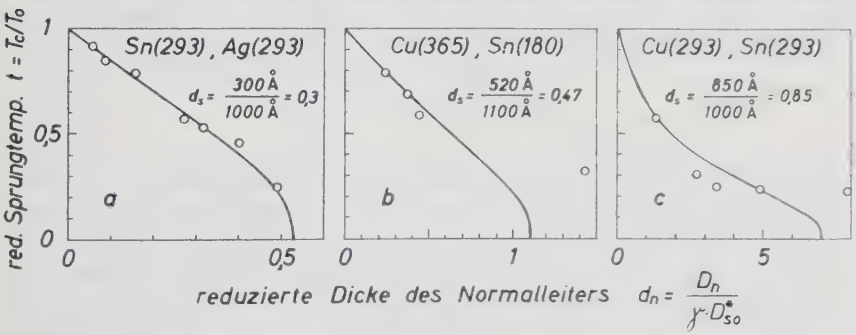

Fig. 8a–c. Die Funktion $t=\left[1-\frac{1}{0{,}2+d_s\left(0{,}8+\frac{1}{d_n}\right)}\right]^{\frac{1}{2}}$ im Bereich $d_s<1$ angewandt auf Messungen nach a) SIMMONS und DOUGLASS[6], Tabelle 2, Zeilen 5 bis 11; b) dieser Arbeit, Tabelle 1, Zeilen 51 bis 54; c) MEISSNER[7], Tabelle 2, Zeilen 12 bis 16

$D_{s0}^*=$ ca. 1000 Å (Tabelle 3, Zeile 11) ergeben $d_s=0{,}3$. Da dies nicht sehr verschieden von $d_s=3/8$ ist, läßt sich nicht entscheiden, ob Gl.(8) oder (21) besser anwendbar ist. Die nach Gl.(8) gerechnete Kurve ist nach Fig. 8a sehr geeignet, die Messung von DOUGLASS darzustellen.

Bis jetzt liegen nicht genügend genaue Messungen vor, um zu prüfen, daß die Kurven nach Fig. 4a für $d_s<1$ der Wirklichkeit entsprechen. Es fehlen Werte für kleine t in diesem Bereich um festzustellen, ob die Kurven $t=f(d_n, d_s=\text{const}=<1)$ parabolisch senkrecht zur d_n-Achse bei *endlichen* d_n auftreffen. In Fig. 8b ist die Lage unserer wenigen Punkte für Cu (365), Sn (180) mit der berechneten Kurve für $d_s=0{,}47$ zu vergleichen. Der Punkt bei $t=0{,}32$ liegt beträchtlich rechts davon. Ähnlich kann man nach den Messungen von MEISSNER [7] mit $d_s=0{,}85$ in Fig. 8c keine Klarheit über die Kurvenform erhalten. Hier können erst weitere Messungen entscheiden.

DE GENNES und GUYON [8] und neuerdings WERTHAMER [10] haben eine theoretische Klärung der Phänomene mit einer ortsabhängigen Elektron-Elektron-Wechselwirkung zunächst für den Fall versucht, daß $l<\xi_0$ ist und dafür die Ergebnisse der früheren Arbeit [2] herangezogen. Dabei sind noch sehr vereinfachende Voraussetzungen zugrunde gelegt. WERTHAMER findet folgenden Zusammenhang für t, D_s und D_n

$$\sqrt{z\,t}\cdot\operatorname{tg}\left(\sqrt{z\,t}\cdot\frac{D_s}{c}\right)=\sqrt{t}\,\mathfrak{T}\mathfrak{g}\left(\sqrt{t}\cdot\frac{D_n}{c}\right)$$

darin ist

$$\chi(z)=\frac{1}{t}=\psi\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}z\right)-\psi\left(\frac{1}{2}\right)$$

und ψ die tabellierte logarithmische Ableitung der Γ-Funktion und

$$c=\xi=\sqrt{\frac{\xi_0 l}{6\pi a}}=0{,}54\sqrt{\xi_0 l},$$

womit D_s und D_n normiert werden. Der Kurvenverlauf für den Fall $t=f(D_s, D_n=\infty)$ ist von WERTHAMER unseren Messungen mit der freien Weglänge $l=40$ Å für Cu angepaßt worden. Die Übereinstimmung ist doch nur sehr qualitativ. Die Funktion ergibt keine kritische Dicke D^*_{s0}, da sie für alle $D_s>0$ positive Sprungtemperaturen liefert. WERTHAMER gibt selbst an, daß die Theorie noch ergänzt werden soll und daß die Daten des S- und N-Leiters im einzelnen berücksichtigt werden müßten. Die Funktion $t=f(D_n, D_s=\text{const})$ zeigt asymptotisches Verhalten für $D_n\to\infty$ für alle D_s im Gegensatz zu unserer Fig. 4a. Außerdem ist die Tangentensteigung bei $t=1$ mit $-\pi^2/4D_s$ anders als bei uns. Man muß jedoch berücksichtigen, daß unser Zusammenhang für $l>\xi_0$ und der von WERTHAMER für $l<\xi_0$ gilt. Es ist zu hoffen, daß die Theorie weiter ausgebaut werden kann, und daß unsere Messungen zur Prüfung beitragen können.

Zum Schluß sei noch erwähnt, daß die phänomenologische Theorie auch auf den Fall $l<\xi_0$ angewendet werden kann. Man muß Gl.(18) mit Gl.(17) in Gl.(1) einsetzen und erhält:

$$t^2=1-\frac{1}{d_s\sqrt{1-6\pi a\cdot\frac{D^*_{s0}}{\xi_0}\left[0{,}2\left(1-\frac{1}{d_s}\right)-\frac{1}{d_n}\right]}}$$

in der üblichen Normierung $d_s=D_s/D^*_{s0}$ und $d_n=D_n/\gamma\cdot D^*_{s0}$ und $a=0{,}18$. Der Zusammenhang ist komplizierter, da D^*_{s0}/ξ_0 noch gesondert vorkommt. Die Funktion $t=f(d_s, d_n=\infty)$ ist nicht allzu verschieden von Gl.(8). Eine Diskussion im einzelnen wird hier nicht gegeben, weil gerade die Meßwerte für den Fall $l<\xi_0$ (Kondensation der Metalle bei tiefer Temperatur) noch keine ausführliche Nachprüfung erlauben. Eine Schwierigkeit ist hier, daß unterschiedliche Ergebnisse beim Wechsel der Folge, z.B. Quarz, Pb, Cu oder Quarz, Cu, Pb auftreten, wahrscheinlich weil die Keimbildung für die Schichten verschieden wirkt und eine von der Folge der Schichten abhängige Struktur und freie Weglänge entsteht. Man kann diesen Unterschied jetzt noch besser verstehen, weil $l_e=\left(\frac{0{,}2}{l_s}+\frac{\gamma}{l_n}\right)^{-1}$ bei etwa gleichen l_s und l_n wesentlich durch l_n bestimmt wird. Dieses hängt aber in der Kontaktzone von der Aufdampffolge ab, wenn bei tiefer Temperatur kondensiert wird.

Herrn Dr. G. v. Minnigerode sei für zahlreiche fördernde Diskussionen gedankt. Die Arbeit wurde durch Mittel der Fraunhofer-Gesellschaft und der Akademie der Wissenschaften in Göttingen wesentlich gefördert.

Druck der Universitätsdruckerei H. Stürtz AG., Würzburg

Lebenslauf

Am 18. November 1934 wurde ich, PETER HILSCH, als Sohn des Universitätsprofessors Dr. RUDOLF HILSCH in Göttingen geboren. Nach Abschluß der 4. Volksschulklasse in Erlangen 1945 folgte der Besuch des humanistischen Gymnasiums in Erlangen bis 1951 und anschließend des Gymnasiums in Stein an der Traun. Die Schulzeit wurde mit der Reifeprüfung für Schulfremde am Institut für Erziehung und Unterricht in Göttingen im März 1956 beendet.

Ich studierte anschließend Physik in Göttingen und Marburg. In Göttingen bestand ich im Februar 1959 die Diplomvorprüfung und im Dezember 1961 die Diplomhauptprüfung in Physik. Seit Januar 1962 wurde die vorgelegte Dissertation von mir am I. Physikalischen Institut der Universität Göttingen als experimentelle Arbeit angefertigt.

Meine akademischen Lehrer sind die Professoren H. BROCKMANN, A. FLAMMERSFELD, S. FLÜGGE, O. GLEMSER, P. HAASEN, R. HILSCH, F. HUND, E. HUSTER, G. LÜDERS, G. LYRA, E. MEYER, K. REIDEMEISTER, M. SCHÄFER, W. WALCHER.